

# Расчет прочностных характеристик остекления

Стандарты prEN 13474, части 1, 2

Автор: Чесноков С.А., ОАО «Институт Стекла»

# О чем рассказывается в ЭТОМ докладе

- Прочностные характеристики остекления, от чего они зависят, какими законами описываются;
- Документы, регламентирующие расчет прочностных характеристик (разрабатываемые и существовавшие);
- Обзор программного обеспечения для расчета механических характеристик;
- Сложные моменты при расчетах.

# О чем не будет рассказываться в этом докладе

- Как пользоваться различными программами;
- Какие стекла и другие компоненты остекления следует использовать и какие использовать не стоит.

# Особенности стекла как конструкционного материала

- Линейная упругость;
- Отсутствие пластичности;
- Плотность  $\approx 2\,500 \text{ кг/м}^3$ ;
- Предел прочности на растяжение (Tensile strength)  $\approx 20 \div 200 \text{ Н/мм}^2$ ;
- Предел прочности на сжатие (Compressive strength)  $> 1000 \text{ Н/мм}^2$ ;
- Модуль Юнга (Elastic axial modulus)  $\approx 73\,000 \text{ Н/мм}^2$ ;
- Коэффициент Пуассона  $\approx 0,22$ .

# Положения проекта prEN 13474-1

- Классификация нагрузок;
- Определение допустимого напряжения;
- Особенности многослойных стекол и стеклопакетов;
- Определение расчетного напряжения (в общем виде).

# Классификация нагрузок согласно prEN 13474-1

- Собственный вес;
- Внешние воздействия:
  - Кратковременные;
  - Средней продолжительности;
  - Долговременные;
- Внутренние воздействия в стеклопакете:
  - Изменение высоты над уровнем моря;
  - Изменение температуры в камере;
  - Изменение атмосферного давления.

# Изменения высоты и климатических условий

Изменение высоты приводит к дополнительному давлению:

$$P_{H;o} = C_H(H - H_p)$$

Климатические эффекты определяют дополнительное давление:

$$P_{C;o} = C_C(T - T_p) - (p - p_p)$$

Самые плохие условия для климатических воздействий:

- герметизация при низком давлении и высокой температуре, сочетающаяся с высоким давлением и низкой температурой при использовании (так называемое, для краткости, зимнее условие), и
- герметизация при высоком давлении и низкой температуре, сочетающаяся со средним давлением и высокой температурой при использовании (для краткости называемое летним условием).

# Многослойное стекло

- Многослойное стекло ведет себя по-разному в зависимости от характера нагрузки:

$$h_{1;ef;\sigma} = \sqrt{\frac{h_{ef;w}^3}{h_1 + 2\Gamma h_{i;2}}}$$

$$h_{2;ef;\sigma} = \sqrt{\frac{h_{ef;w}^3}{h_2 + 2\Gamma h_{i;1}}}$$

$$h_{i;1} = \frac{h_i h_1}{h_1 + h_2}$$

$$h_{i;2} = \frac{h_i h_2}{h_1 + h_2}$$

$$I_i = h_1 h_{i;2}^2 + h_2 h_{i;1}^2 \quad h_i = 0,5(h_1 + h_2) + h_v$$



# Расчетная нагрузка

$$F_d = \sum \gamma_{G;j} G_{k;j} + \gamma_{Q;1} Q_{k;1} + \sum \gamma_{Q;i} \psi_{0;i} Q_{k;i}$$

# Весовые коэффициенты

Воздействия					
		Постоянные воздействия	Переменные воздействия	Постоянные воздействия	Переменные воздействия
		$\gamma_{G;i}$	$\gamma_{Q;i}$	$\gamma_{G;i}$	$\gamma_{Q;i}$
Неблагоприятные	Собственный вес, ветер, снег	1,35	1.5	1,13	1,0
	Климат	1.35	1.2	1,13	0.92
Благоприятные	Все	1,0	0	1.0	0

# Комбинаторные коэффициенты

$\Psi_{0;i}$

Короткой продолжительности, напр. ветер	0.15	0,15
Снег	0,82	0,96
Внутренние*	0.60	0,60
* Только для стеклопакетов		

# Допустимое напряжение

Для натрий - кальций - силикатного стекла (см. EN 572), боросиликатного стекла (см. EN 1748-1) и стеклокерамики (см. EN 1748-2) характерное значение равно:

$$f_{g;k}=45 \text{ Н/мм}^2$$

# Характерная прочность

## упрочненного стекла $f_{b;k}$

Тип закаленного стекла	Изготовлено из	$f_{b;k}$ (Н/мм <sup>2</sup> )
Термически закаленное безопасное стекло	Листовое термополированное стекло или тянутое листовое стекло	120
	Узорчатое стекло	90
Тепловыдержанное термически закаленное безопасное стекло	Эмалированное листовое термополированное стекло или эмалированное узорчатое стекло	75
	Листовое термополированное стекло или тянутое листовое стекло	70
Термоупрочненное стекло	Узорчатое стекло	55
	Эмалированное листовое термополированное стекло или эмалированное узорчатое стекло	45
	Листовое термополированное стекло или тянутое листовое стекло	150
Химически упрочненное стекло	Узорчатое стекло	150
	Боросиликатное стекло	120
Термически закаленное безопасное боросиликатное стекло	Боросиликатное стекло	—

# Частичные коэффициенты $\gamma_m$ и $\gamma_v$

Изделие стекла	$\gamma_m$		$\gamma_v$		$\gamma_v$	
			Термически закаленное Тепловыдержанное термически закаленное безопасное Термоупрочненное стекло		Химически упрочненное стекло	
	Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтприго- дности	Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтприго- дности	Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтприго- дности
Листовое термополирован- ное стекло	1,8	1,0	2,3	1,5	2,3	1,5
Тяннутое листовое стекло	1,8	1,0	2,3	1,5	2,3	1,5
Эмалированное листовое термополирован- ное стекло или тянутое листовое стекло	1,8	1,0	2,3	1,5	—	—
Узорчатое стекло	2,3	1,3	3,0	2,0	3,0	2,0
Эмалированное узорчатое стекло	2,3	1,3	3,0	2,0	—	—
Полированное армированное стекло	2,3	1,3	—	—	—	—
Армированное узорчатое стекло	3,2	1,8	—	—	—	—
Боросиликатное стекло	1,8	1,0	2,3	1,5	—	—
Стеклокерамика	1,8	1,0	—	—	—	—

# Длительность нагрузки, коэффициент $k_{mod}$

Продолжительность воздействия	Пример нагрузки	$k_{mod}$
Короткое (краткое)	Ветер	0,72
Среднее	Снег	0,36
	Климат (для изолированных стеклопакетов)	0,36
Постоянное	Собственный вес	0,27
	Высота над уровнем моря (для изолированных стеклопакетов)	0,27

# Коэффициент размера $k_A$

- Коэффициент размера,  $k_A$ , определяется из площади листа стекла  $A$  (в  $\text{м}^2$ ) согласно уравнению:

$$k_A = A^{0,04}$$



# Определение допустимого напряжения

$$f_{g;d} = k_{\text{mod}} \frac{f_{g;k}}{\gamma_m k_A} \gamma_n$$

$$f_{g;d} = \left( \frac{f_{b;k} - f_{g;k}}{\gamma_v} + k_{\text{mod}} \frac{f_{g;k}}{\gamma_m k_A} \right) \gamma_n$$

# После расчета напряжения и прогиба

Эффективное напряжение, рассчитанное для наиболее тяжелого сочетания нагрузок, не должно превышать допустимое напряжение:

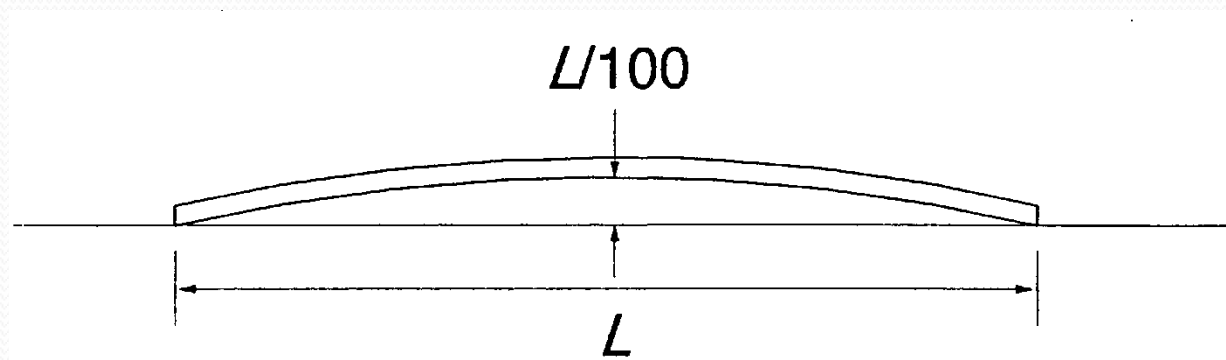
$$\sigma_{ef} \leq f_{g:d}$$

Если имеется требование ограничения отклонения стекла, максимальное отклонение, рассчитанное для наиболее тяжелого сочетания нагрузок, не должно превышать допустимое отклонение:

$$W_{max} \leq W_d$$

# Расчет согласно PrEN 13474-2

- Стекло в строительстве - Расчет листов стекла - Часть 2: Расчет однородно распределенных нагрузок
- Glass in building - Design of glass panes - Part 2: Design for uniformly distributed loads



# Расчетные формулы для воздействий

	Одно переменное воздействие	2 или более переменных воздействий
Предельно крайнее состояние	$\Sigma \gamma_{Gj} G_{kj} + 1,5 Q_{k1}$	$\Sigma \gamma_{Gj} G_{kj} + 1,35 \Sigma Q_{ki}$
Состояние ограниченной (предела) ремонтпригодности	$\Sigma G_{kj} + Q_{k1}$	$\Sigma G_{kj} + 0,9 \Sigma Q_{ki}$

# Допустимые напряжения

Изделие из стекла		Продолжительность равномерно распределенной нагрузки					
Тип стекла	Обработка	Кратковременные нагрузки Ветровые нагрузки		Нагрузки средней продолжительности Снеговые нагрузки. Климатические нагрузки		Постоянные нагрузки Нагрузки от собственного веса. Высотные нагрузки	
		Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтпригодности	Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтпригодности	Предельно крайнее состояние	Состояние ограниченной ремонтпригодности
Листовое термополированное и Листовое тянутое стекло	Отожженное	17,0	30,7	8,5	15,3	6,4	11,5
	термоупрочненное	27,9	47,3	19,4	32,0	17,3	28,2
	термически закаленное	49,6	80,7	41,1	65,3	39,0	61,5
	химически упрочненное	62,7	100,7	54,2	85,3	52,0	81,5
Эмалированное стекло	термоупрочненное	17,0	30,7	8,5	15,3	6,4	11,5
	термически закаленное	30,1	50,7	21,6	35,3	19,4	31,5
Узорчатое	Отожженное	13,3	23,6	6,7	11,8	5,0	8,8
	термоупрочненное	16,7	28,6	10,0	16,8	8,3	13,8
	термически закаленное	28,3	46,1	21,7	34,3	20,0	31,3
	химически упрочненное	48,3	76,1	41,7	64,3	40,0	61,3
Армированное	узорчатое армированное стекло	9,6	17,0	4,8	8,5	3,6	6,4
	полированное армированное стекло	13,3	23,6	6,7	11,8	5,0	8,8

# Относительная жесткость листов

$$\delta_1 = \frac{h_1^3}{h_1^3 + h_2^3}$$

$$\delta_2 = \frac{h_2^3}{h_1^3 + h_2^3}$$

# Коэффициент стеклопакета

$$\phi = \frac{1}{1 + \left(\frac{a}{a^*}\right)^4}$$

$$a^* = 28,9 \left( \frac{sh_1^3 h_2^3}{(h_1^3 + h_2^3)k_5} \right)^{0,25}$$

# Расчетные нагрузки на изолированные стеклопакеты

$$F_{d;1} = (\delta_1 + \phi\delta_2) \left( \sum_j \gamma_{Gj} G_{1;kj} + 0,9Q_{k1} \right) + (1 - \phi)\delta_1 \left( \sum_j \gamma_{Gj} G_{2;kj} + 0,9Q_{k2} \right) \pm \phi(p_{H;0} + 0,9p_{C;0})$$

$$F_{d;2} = (1 - \phi)\delta_2 \left( \sum_j \gamma_{Gj} G_{1;kj} + 0,9Q_{k1} \right) + (\phi\delta_1 + \delta_2) \left( \sum_j \gamma_{Gj} G_{2;kj} + 0,9Q_{k2} \right) \pm \phi(p_{H;0} + 0,9p_{C;0})$$



# Прямоугольные листы стекла (треугольные, круглые - аналогично)

$$\sigma_{\max} = k_1 \frac{a^2}{h^2} F_d$$

$$w_{\max} = k_4 \frac{a^4}{h^3} \frac{F_d}{E}$$

$$\sigma_{ef} = k_2 \frac{a^2}{h^2} F_d$$

$$V = k_5 \frac{a^4}{h^3} \frac{F_d}{E} ab$$

# Процедура расчета для напряжения в стеклопакете

- Е.1 Постоянные нагрузки кроме высоты;
- Е.2 Высотные нагрузки;
- Е.3 Снеговые нагрузки;
- Е.4 Климатические нагрузки;
- Е.5. Ветровые нагрузки и другие кратковременные нагрузки.

# Эффективная толщина и коэффициент переноса сдвига для многослойного стекла

Тип стекла	Коэффициент переноса сдвига для	
	Кратковременные воздействия, например ветер	Другие воздействия
Многослойное стекло	0	0
Многослойное безопасное стекло	1	0

$h_{ef;\sigma} = h_{ef;w} = \sum_i h_i$       Для коэффициента переноса сдвига, равного 1

$$h_{ef;w} = \sqrt[3]{\sum_i h_i^3}$$

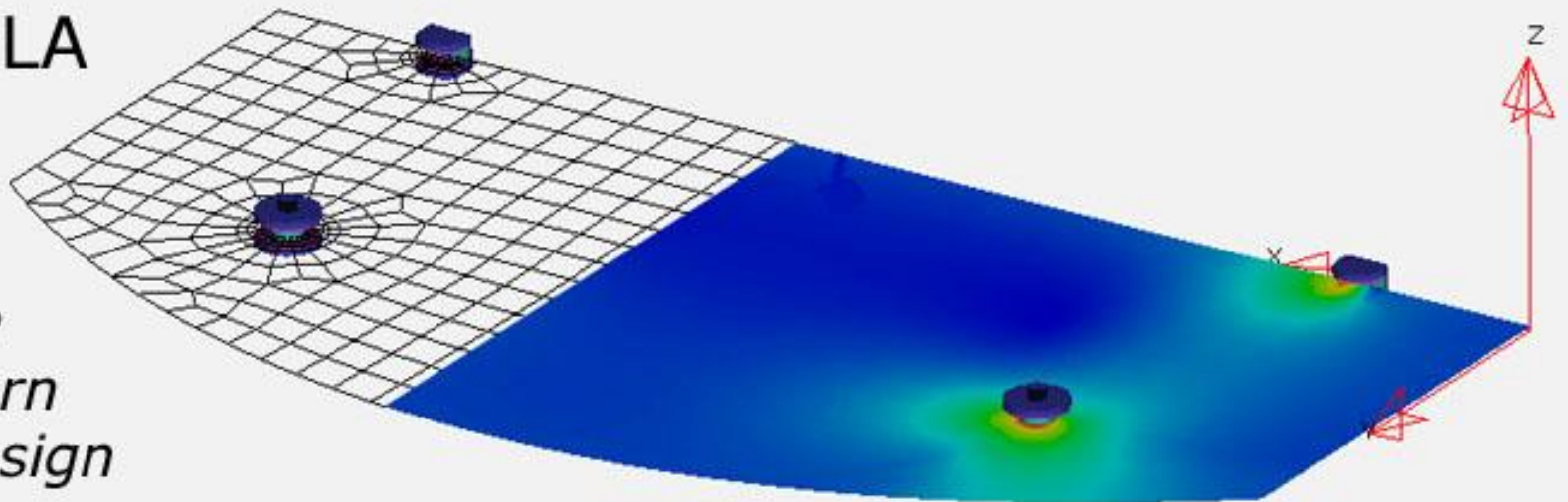
$$h_{ef;\sigma;j} = \sqrt{\frac{\sum_i h_i^3}{h_j}}$$

# Программное обеспечение

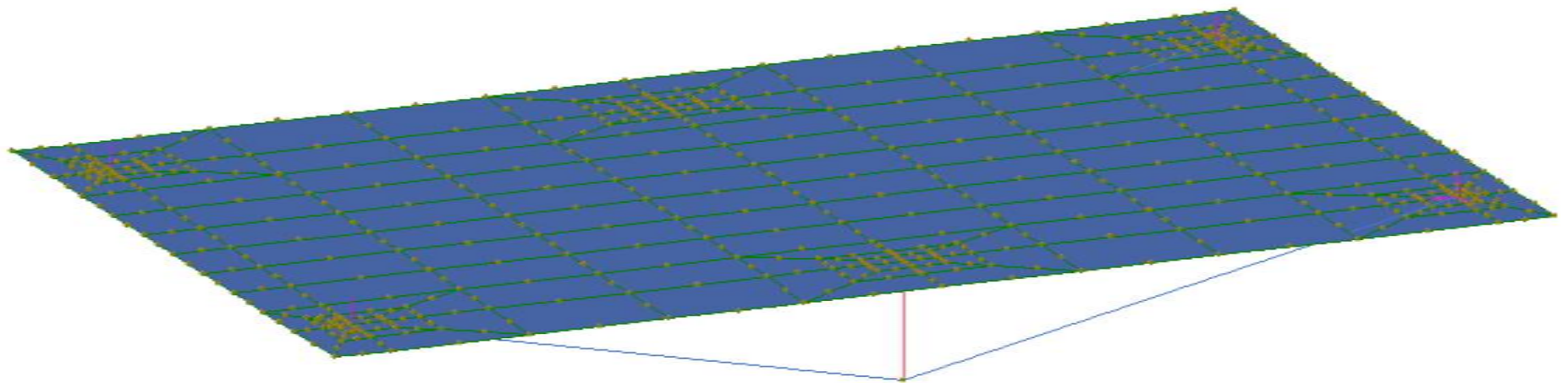
- Специализированное:
  - SJ-Mepla (<http://www.mepla.net/>)
- Универсальное:
  - Ansys, Nastran и т.д.

SJ MEPLA

*Software  
for Modern  
Glass Design*



# Метод конечных элементов и уравнения прогиба тонкой пластины



# Постановка задачи о прогибе тонкой пластины

Для задачи о прогибе пластины обычно используется модель Кирхгофа

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = \Delta^2 u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega$$

с граничными условиями, соответствующими способу крепления (в случае защемления пластины по всему контуру:

$$u|_{\Gamma} = u_{\Gamma}, \quad \frac{\partial u}{\partial \bar{\nu}} \Big|_{\Gamma} = u'_{\Gamma}.$$

# Постановка задачи о прогибе тонкой пластины (прод.)

Модель Кирхгофа допускает и другую формулировку

$$-\left(\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x_1^2} + 2\frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial x_2^2}\right) = f,$$

где моменты выглядят следующим образом

$$M_{11} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2},$$

$$M_{22} = -\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2},$$

$$M_{12} = M_{21} = -(1-\gamma) \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2},$$

$\gamma$  - коэффициент Пуассона.

# Вариационная формулировка задачи

Рассмотрим пространство

$$V(\Omega) = \left\{ w \in H^2(\Omega), w|_{\Gamma} = \frac{\partial w}{\partial \bar{\nu}}|_{\Gamma} = 0 \right\}.$$

Требуется найти функцию  $u$ , такую что

$$a(u, v) = l(v) \quad \forall v \in V$$

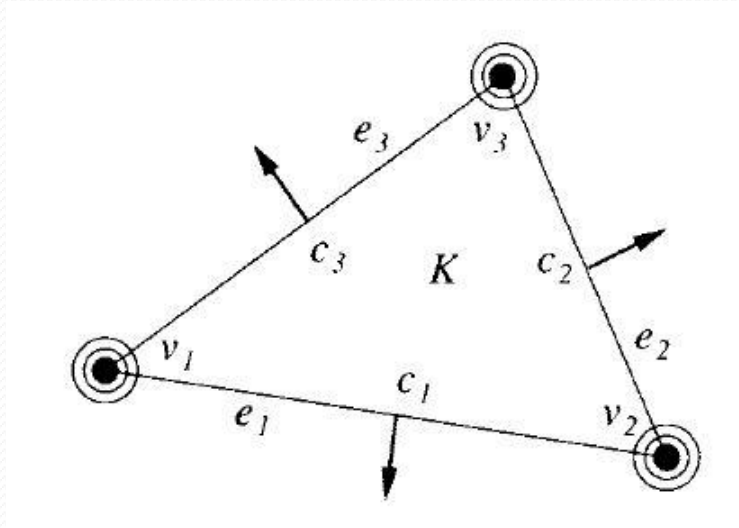
$$a(u, v) = - \int_{\Omega} \left( M_{11}(u) \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + 2M_{12}(u) \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} + M_{22}(u) \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} \right) dx$$

$$l(v) = \int_{\Omega} f v dx.$$



# Функции формы (пример)

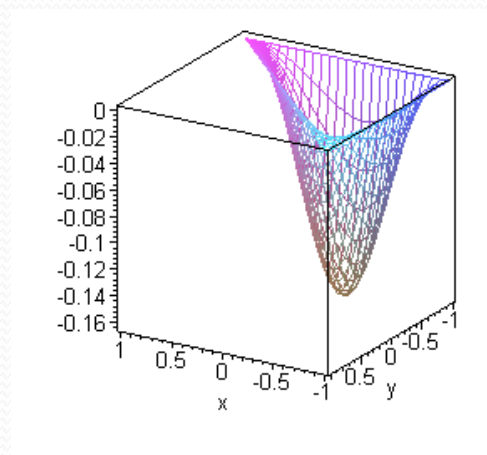
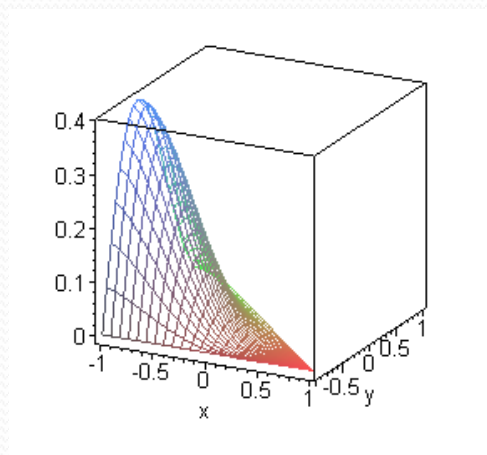
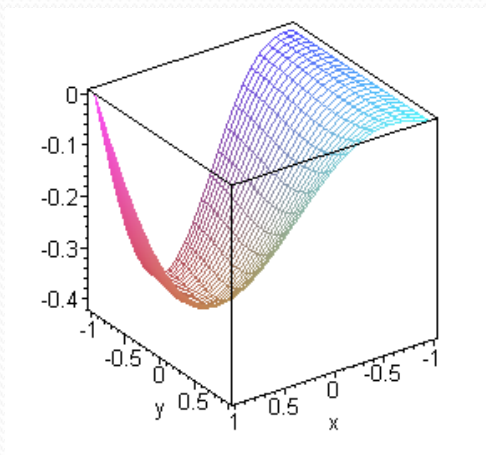
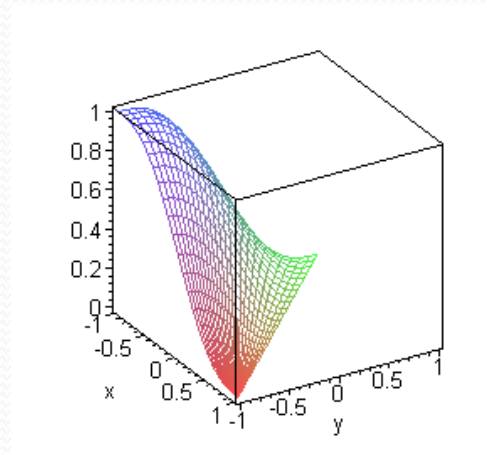
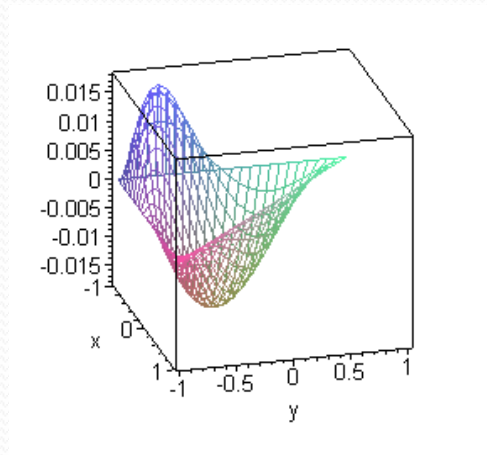
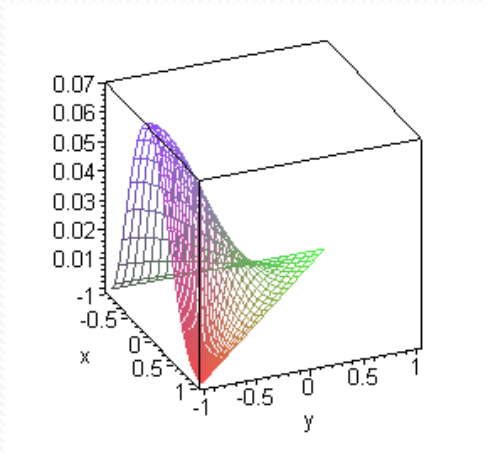
При использовании элементов Арджириса пятого порядка.



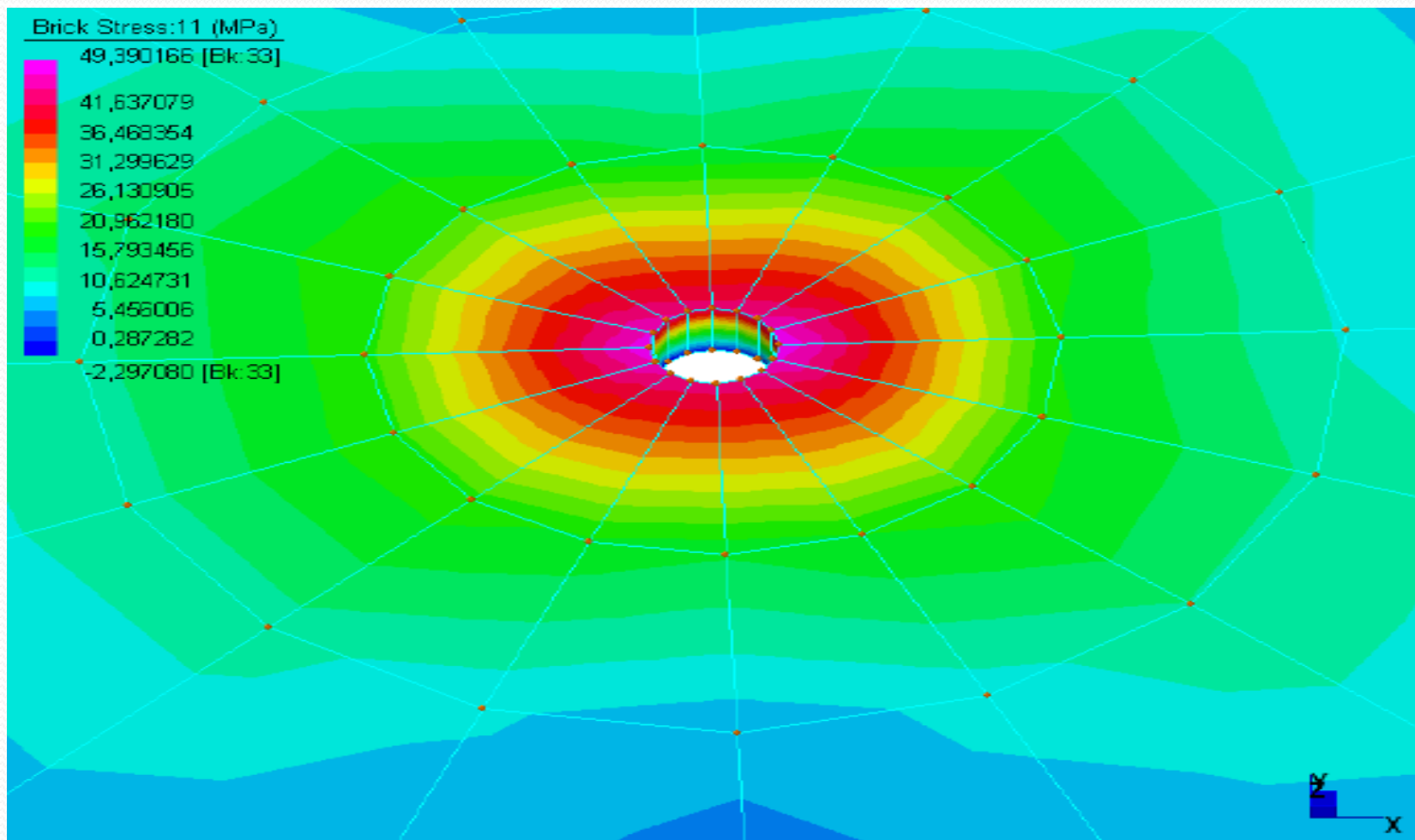
В таком элементе существует три типа функций формы:

- Лагранжевы
- Эрмитовы
- Арджириса.

# Примеры функций формы



# Особенно сложные случаи - отверстия



# Спасибо за внимание!

- Для связи:
- [sachesnokov@me.com](mailto:sachesnokov@me.com)