

## **Моделирование естественной конвекции сжимаемого газа в тонком вертикальном слое в приложении к исследованию теплофизических свойств стеклопакетов**

Краснопольский Борис Иосифович, аспирант кафедры «Прикладная математика», МИФИ(ГУ), Москва  
Чесноков Александр Георгиевич, ОАО «Институт Стекла», Москва  
Чесноков Станислав Александрович, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика», МИФИ(ГУ), Москва

В ходе исследований нами были поставлены следующие цели:

- численное моделирование поведения стеклопакета с учетом основных механизмов переноса тепла и оценка вклада каждого из них в общую картину распространения тепла;
- оценка правомерности и область применимости упрощенных формул, используемых в регламентирующих документах и стандартах;
- изучение влияния эффектов, не учитываемых в стандартах, на поведение стеклянных ограждающих конструкций и их теплофизических свойств.

Основные результаты проведенной работы:

- выполнена формализация физической модели стеклопакета: учтены все основные механизмы распространения тепла: теплопроводность, тепловое излучение, конвекция;
- реализован алгоритм численного решения построенной модели;
- выполнены сравнения результатов расчетов двух упрощенных моделей с опубликованными результатами других авторов;
- для частного случая приведено аналитическое решение (теплопроводность);
- выполнено подробное сравнение результатов методик расчета по стандартам и результатов численного моделирования с учетом различных комбинаций механизмов переноса тепла;
- проведены исследования правомерности применения оценочных формул стандартов;
- предложена скорректированная методика оценки теплофизических свойств стеклопакетов, основанная на численном моделировании задачи с учетом механизмов теплопроводности и излучения и результатах расчетов упрощенной модели естественной конвекции в приближении Буссинеска, в вычислительном плане существенно более простой, чем рассмотренная полная постановка задачи, и обладающая существенно большей точностью в сравнении с результатами оценок по методикам, изложенным в стандартах;
- получено распределение сопротивления теплопередаче по высоте пакета в зависимости от размеров дистанционной рамки, приведены графики распределения температур по высоте пакета, исследованы эффекты промерзания рамы стеклопакета;
- приведены результаты исследования зависимости сопротивления теплопередаче от уличной температуры для различных пакетов (в том числе низкоэмиссионных).

Темой данной работы является моделирование поведения стеклопакетов, в зданиях. На практике в инженерных расчетах находят применение:

- европейский стандарт prEN 13474 [28,29] для расчета прочностных характеристик остекления;
- европейские стандарты EN 673:1997 и ISO 10292:1994(E) [6,7] для оценки тепловых характеристик стеклопакетов.

В них изложены основные методы простых с технической точки зрения расчетов напряжений и прогибов, возникающих в многослойном и/или однокамерном остеклении, и усредненных тепловых параметров остекления. К достоинствам данных методик можно отнести:

- простоту – расчет можно провести даже без использования компьютера, хотя это и займет какое-то время,
- многолетний опыт применения,
- достаточную точность для сравнения вариантов остекления между собой.

Однако, при всех их преимуществах, данные методики обладают и рядом существенных недостатков – так, например, в них никак не учитывается возможное влияние факторов механического воздействия на пакет, вызванного эффектами теплового расширения или сжатия газа либо внешнего механического воздействия, при расчете тепловых характеристик стеклопакетов [32]. Чтобы понять суть протекающих процессов надо вспомнить, что тепло в стеклопакете переносится за счет трех различных физических процессов: теплопередачи, теплового излучения и конвекции. Первый механизм легко «победить», то есть понизить теплопередачу, увеличивая толщину стекол и расстояние между ними, со вторым борются

всевозможные энергосберегающие покрытия. Остается конвекция – наиболее сложный для моделирования процесс. Причем зависимость интенсивности переноса тепла за счет конвекции от расстояния между стеклами оказывается обратной теплопроводности – при увеличении зазора между пластинами вклад конвективных течений в картину тепловых полей в пакете заметно растет. При понижении температуры в камере стеклопакета уменьшается давление внутри пакета, что приводит к деформации стекол и их прогибу навстречу друг другу. Данный механический эффект, в свою очередь, может существенно изменить тепловую картину в камере – меняется картина конвективных течений газа и изменяется интенсивность теплового излучения. При серьезном охлаждении на практике наблюдается «промерзание» центральной части стеклопакета. Стекла в центральной части стеклопакета настолько сближаются, что образуется так называемый тепловой мостик – область с высокой (по сравнению с остальной конструкцией) тепловой проводимостью.

К сожалению, ни один ныне существующий регламентирующий документ для расчета тепловых характеристик стеклопакетов не может учесть описанных выше явлений. Исходя из имеющегося в прикладной области интереса к исследованию поведения конструкций из стекла при учете таких эффектов, **целью** выполняемой работы является:

- численное моделирование поведения стеклопакета с учетом основных механизмов переноса тепла и оценка вклада каждого из них в общую картину распространения тепла;
- оценка правомерности и область применимости упрощенных формул, используемых в регламентирующих документах и стандартах;
- изучение влияния эффектов, не учитываемых в стандартах, на поведение стеклянных ограждающих конструкций и их теплофизических свойств.

Непосредственной задачей проводимых расчетов является определение теплофизических параметров стеклопакетов в зависимости от вида и толщины стекол, размера газовой камеры, теплофизических свойств газа, заполняющих камеру, перепада температур по разные стороны стеклопакета, ориентации пакета в пространстве и так далее. Главной тепловой характеристикой объекта является такой параметр, как сопротивление теплопередаче  $R$  или обратная ему величина  $U$  – коэффициент теплового пропускания.

Принципиально, потоки тепла в стеклопакете можно условно разделить следующим образом: от помещения к пакету, внутри пакета между стеклами, между пакетом и воздухом на улице (рис. 3-1) (поток тепла через боковые грани стеклопакета в данной постановке задачи считается нулевым).

Рассмотрим подробно каждый из них.

#### 1. От помещения к пакету.

В данном случае можно выделить два принципиально различных потока тепла – за счет теплового излучения воздуха в помещении и свободного конвективного движения масс воздуха в помещении. Для вертикального расположения пакета коэффициент теплоотдачи стеклопакета за счет конвективных течений в отсутствие дополнительных источников тепла (кондиционер, вентилятор и т.д.) регламентирован стандартом EN 673:1997 [6]

$$\alpha_{ic} = 3,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}). \quad (1.0.1)$$

Коэффициент теплоотдачи за счет теплового излучения соответственно равен

$$\alpha_{ir} = 4,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}). \quad (1.0.2)$$

Суммарный коэффициент теплоотдачи представляет собой сумму конвективного коэффициента теплоотдачи и коэффициента теплоотдачи теплового излучения

$$\alpha_i = \alpha_{ic} + \alpha_{ir} = 8,0 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}). \quad (1.0.3)$$

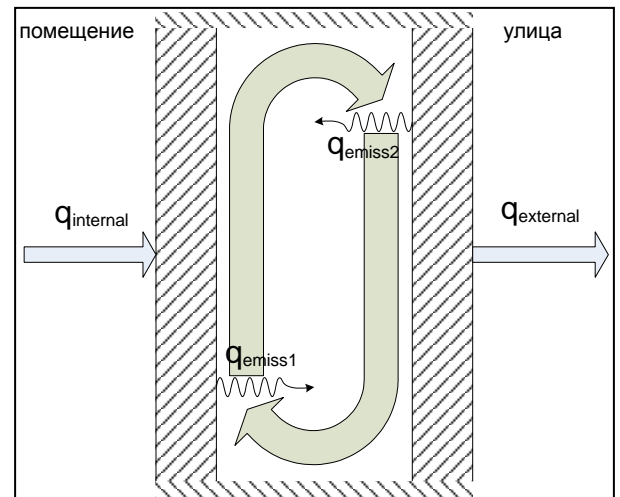


Рис. 3-1. Геометрия модели.

2. Внутри пакета между стеклами.

Процесс переноса тепла в газовом промежутке осуществляется за счет конвективного теплообмена и теплового излучения. Расчет параметров конвективного теплопереноса осуществляется посредством моделирования течения газа в прямоугольной области. Непосредственно в расчетах тепловых полей при таком моделировании должно быть учтено перераспределение энергии за счет теплового излучения.

3. Между пакетом и воздухом на улице.

Здесь существенную роль играет такой параметр, как скорость ветра, обдувающего внешнее стекло. Коэффициент теплоотдачи является функцией скорости ветра и выражается формулой [7]

$$\alpha_e = 10,0 + 4,1v \text{ Вт/(м}^2\text{К)}. \quad (1.0.4)$$

Характерная скорость ветра для различных регионов приведена в СНИП 23-01-99, СНИП 2.01.07-85.

Также надо отметить, что энергия через стеклопакет, помимо рассмотренных механизмов, может распространяться и за счет излучения в диапазоне видимых длин волн. Причем, в отличие от теплового излучения, энергия видимого излучения частично поглощается стеклами, внося поправки в картину тепловых полей в стеклах, а частично проходит сквозь пакет, создавая дополнительный тепловой поток через пакет. По сути, это излучение представляет собой то же самое тепловое излучение, с той разницей, что здесь излучение характеризуется длинами волн  $\lambda \sim 0,1 \div 1 \text{ мкм}$ , тепловое же излучение имеет длины волн  $\lambda > 1 \text{ мкм}$ . Однако эта разница в длинах волн излучения играет существенную роль, поскольку спектральный коэффициент поглощения для стекол в тепловом диапазоне представляет собой величину порядка  $10^5 \text{ м}^{-1}$ , что приводит к полному поглощению падающего излучения слоем вещества толщиной порядка 20-30 мкм. Спектральный коэффициент поглощения излучения в видимом диапазоне длин волн есть величина порядка  $10^1 \text{ м}^{-1}$ , соответственно интенсивность падающего излучения при прохождении через стекло уменьшается всего на 5-15%. Но поскольку, в первую очередь, в данный момент стоит задача сравнения результатов расчетов разработанного приложения с результатами расчетов по методикам, основанным на стандартах [6, 7], а так же с имеющимися экспериментальными результатами, полученными при испытаниях стеклопакетов в климатических камерах, учет перераспределения энергии светового излучения практического интереса не представляет, хотя в дальнейшем может быть добавлен в имеющуюся на сегодняшний день модель.

Проблема определения тепловых характеристик стеклопакетов в математической постановке сводится к определению тепловых полей в стеклах и газовой прослойке между ними. Причем наиболее трудоемкая составляющая – именно моделирование поведения газа внутри пакета. В постановке задачи рассматривается задача моделирования течений газа в прямоугольной области с расчетом тепловых полей в ограничивающих расчетную область стеклах.

Система дифференциальных уравнений газовой динамики в эйлеровых переменных выглядит следующим образом:

- Закон сохранения массы (уравнение неразрывности)

$$\rho_t + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad (1.1.1)$$

- закон сохранения импульса

$$\rho \vec{u}_t + (\rho \vec{u}, \text{grad}) \vec{u} + \text{grad}(p) = \vec{F} + \vec{e}_i \frac{\partial \sigma'_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1.1.2)$$

- закон сохранения энергии

$$\rho(E + \vec{u}^2)_t + (\rho \vec{u}, \text{grad})(E + \vec{u}^2) + \text{div}(p \vec{u}) = (\vec{F} \vec{u}) + \text{div}(k(T) \text{grad}(T)) + \text{div}(\vec{u} \sigma'), \quad (1.1.3)$$

- тензор  $\sigma'_{ik}$

$$\sigma'_{ik} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \zeta \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l},$$

$\eta$  и  $\zeta$  - коэффициент динамической вязкости и коэффициент второй вязкости соответственно (в общем случае они являются функциями от температуры и давления, в данной работе они рассматриваются

только как функции температуры). Обычно вклад второй вязкости учитывается только при моделировании быстро протекающих процессов, когда он сравним с вкладом динамической вязкости, в остальных случаях им пренебрегают. В данном случае будет учитываться только влияние динамической вязкости.

- уравнение состояния для давления

$$p = p(\rho, T).$$

Таким уравнением состояния для давления в приближении идеального газа является уравнение Менделеева-Клайперона

$$p = \rho RT, \quad (1.1.4)$$

где  $R$  – газовая постоянная.

- уравнение состояния для энергии

$$E = E(\rho, T).$$

Для идеального газа оно имеет вид

$$E(T) = \int_0^T C_v(T) dT \approx C_v T. \quad (1.1.5)$$

Данная система уравнений (1.1.1)-(1.1.5) представляет собой полную замкнутую систему уравнений газовой динамики.

Указанная система уравнений может быть упрощена и приведена к виду

$$\rho_t + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad (1.1.6)$$

$$(\rho \vec{u})_t + \operatorname{div}(\rho \vec{u} \vec{u}) + \operatorname{grad}(p) = \rho \vec{g} + \operatorname{div}(\eta(T) \operatorname{grad}(\vec{u})) + \frac{1}{3} \operatorname{grad}(\eta(T) \operatorname{div}(\vec{u})), \quad (1.1.7)$$

$$C_v(\rho T)_t + C_v \operatorname{div}(\rho \vec{u} T) + p \operatorname{div}(\vec{u}) = \operatorname{div}(k(T) \operatorname{grad}(T)) + \Phi, \quad (1.1.8)$$

$$\Phi = \eta(T) \left( 2 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} (\operatorname{div}(\vec{u}))^2 \right),$$

$$p = \rho RT,$$

где  $\vec{u} = \{u, v, w\}$ .

Также, приведенные уравнения должны быть дополнены уравнениями теплопроводности ограждающих газовую прослойку пластин (стекол)

$$\rho_{gl} C_{pgl} T_t = k_{gl} \Delta T \quad (1.1.9)$$

для каждой из пластин соответственно. Удельную теплоемкость и теплопроводность стекла в исследуемом диапазоне температур (200÷400 K) будем считать постоянной.

Приведенные выше в уравнения необходимо дополнить граничными условиями. В данной постановке использованы следующие граничные условия (рис. 4-1):

- для уравнений Навье-Стокса заданы условия прилипания

$$\vec{u}|_{\Gamma} = \vec{0}, \quad (2.0.1)$$

- для уравнения закона сохранения энергии на внешних границах расчетной области используются такие условия: на верхней/нижней границах (согласно рис. 4-1) задано условие теплоизолированности (граничное условие второго рода)

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad (2.0.2)$$

и, в случае трехмерной постановки, также

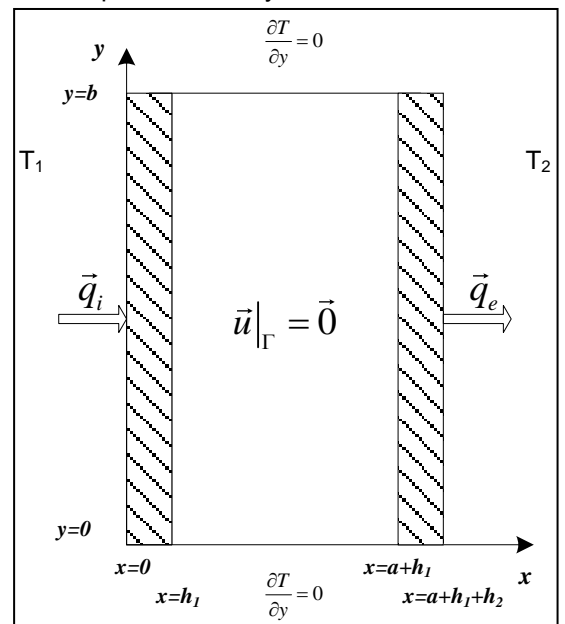


Рис. 4-1. Граничные условия.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0,c} = 0.$$

Для внешних граней стекол  $x = 0$  и  $x = a + h_1 + h_2$  непосредственно заданы входящие и выходящие потоки тепла (граничные условия третьего рода), которые определяются согласно коэффициента (1.0.3) для потока тепла от воздуха в помещении к стеклу, и согласно формуле (1.0.4) для потока тепла от поверхности внешнего стекла к воздуху на улице. Непосредственно сам поток тепла определяется как

$$q = \alpha \Delta T. \quad (2.0.3)$$

Тогда граничные условия можно записать в виде

$$-k_{gl} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = q_{\text{internal}} = \alpha_i (T_1 - T|_{x=0}), \quad (2.0.4)$$

$$-k_{gl} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=h_1+a+h_2} = q_{\text{external}} = \alpha_e (T|_{x=h_1+a+h_2} - T_2) = -\alpha_e (T_2 - T|_{x=h_1+a+h_2}). \quad (2.0.5)$$

На гранях  $y = 0, b$  и  $z = 0, c$  использовано условие теплоизолированности стенок – хотя такое граничное условие с физической точки зрения является не совсем корректным, на данном этапе работы его можно считать удовлетворительным, поскольку влияние граничных условий на общую картину распределения тепловых потоков является незначительным, и, тем более, им можно пренебречь, рассматривая сопротивление теплопередаче в центральной части стеклопакета; в дальнейшем, возможно, будет исследовано влияние различных более приближенных к реальности граничных условий на распределение температур в пакете.

Также необходимо коснуться вопроса сшивания решений уравнений теплопроводности на границе раздела областей газ/стекло. Для непрерывного сшивания решений на границе раздела сред в точках  $x_1 = h_1$  и  $x_2 = h_1 + a$  необходимо выполнение двух условий – равенство непосредственно температур

$$T|_{x_1}^- = T|_{x_1}^+, \quad (2.0.6)$$

$$T|_{x_2}^- = T|_{x_2}^+, \quad (2.0.7)$$

и равенство тепловых потоков через границы раздела сред

$$k_{gl} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x_1}^- = -k (T|_{x=x_1}) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x_1}^+, \quad (2.0.8)$$

$$-k (T|_{x=x_2}) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x_2}^- = -k_{gl} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x_2}^+. \quad (2.0.9)$$

Для решения поставленных задач в естественных эйлеровых переменных за основу выбран SIMPLE-метод (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) решения уравнения неразрывности и уравнений Навье-Стокса.

Основные результаты проведенной работы:

- выполнена формализация физической модели стеклопакета: учтены все основные механизмы распространения тепла: теплопроводность, тепловое излучение, конвекция;
- реализован алгоритм численного решения построенной модели;
- выполнены сравнения результатов расчетов двух упрощенных моделей с опубликованными результатами других авторов;
- для частного случая приведено аналитическое решение (теплопроводность);
- выполнено подробное сравнение результатов методик расчета по стандартам и результатов численного моделирования с учетом различных комбинаций механизмов переноса тепла;
- проведены исследования правомерности применения оценочных формул стандартов;
- предложена скорректированная методика оценки теплофизических свойств стеклопакетов, основанная на численном моделировании задачи с учетом механизмов теплопроводности и излучения и результатах расчетов упрощенной модели естественной конвекции в приближении

Буссинеска, в вычислительном плане существенно более простой, чем рассмотренная полная постановка задачи, и обладающая существенно большей точностью в сравнении с результатами оценок по методикам, изложенным в стандартах;

- получено распределение сопротивления теплопередаче по высоте пакета в зависимости от размеров дистанционной рамки, приведены графики распределения температур по высоте пакета, исследованы эффекты промерзания рамы стеклопакета;
- приведены результаты исследования зависимости сопротивления теплопередаче от уличной температуры для различных пакетов (в том числе низкоэмиссионных).

2007